

**О. В. Матухина, Н. В. Ибушева**

*Нижекамский химико-технологический институт,  
ovmatukhina@gmail.com, ibushevanv@gmail.com*

## **ЗАДАЧЕ МОДЕЛИРОВАНИЯ ДИНАМИКИ В СИСТЕМАХ КОМПЬЮТЕРНОЙ МАТЕМАТИКИ**

В теории управления динамикой систем, содержащих элементы различной физической природы, решаются задачи аналитического построения систем дифференциальных уравнений с требуемыми свойствами решений, заданными уравнениями связей. При численном решении систем дифференциально-алгебраических уравнений, составленных из уравнений динамики и уравнений связей, возникает проблема стабилизации связей. В [1] приводится модификация уравнений динамики систем со связями, позволяющая решить эту задачу. В [2] вводятся в рассмотрение уравнения программных связей.

В задачах моделирования кинематики и динамики механических систем получил широкое распространение предложенный Н. П. Еругиным [3] метод построения множества систем дифференциальных уравнений, имеющих заданную интегральную кривую на плоскости. В частности, в [4] рассмотрена задача построения множества систем дифференциальных уравнений, имеющих заданные интегральные многообразия, методом, предложенным в [3], и определена конструкция систем дифференциальных уравнений из условия устойчивости этих многообразий. В [5] построена автономная система дифференциальных уравнений по заданному распределению фазовых траекторий на плоскости, определены коэффициенты, предусмотренные в конструкции системы, исходя из вида интегральных кривых и особых точек. В [6] предложена структура системы

дифференциальных уравнений, позволяющая описать кинематические свойства системы уравнениями дифференциальных связей. Изложенные в [5, 6] методы построения динамических систем эффективно используется для программирования движения управляемых механических систем [7, 8].

При создании методов автоматизированного моделирования представляет интерес изложенный в [2] аналитический метод построения уравнений движения, основанный на вариационном принципе Даламбера-Лагранжа. В [9] уравнения динамики получены на основе интегрального вариационного принципа Гамильтона-Остроградского.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 13-08-00535).

## Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Baumgarte J. *Stabilization of constraints and integrals of motion in dynamical systems* // Computer Math. Appl. Mech. Eng. – 1972. – V. 1. – No 1. – P. 1–16.

2. Мухарлямов Р. Г. *Стабилизация движения механических систем на заданных многообразиях фазового пространства* // Прикл. матем. и мех. – 2006. – Т. 70. – № 2. – С. 236–249.

3. Еругин Н. П. *Построение всего множества систем дифференциальных уравнений, имеющих заданную интегральную кривую* // Прикл. матем. и мех. – 1952. – Т. XVI. – С. 659–670.

4. Мухарлямов Р. Г. *Построение множества систем дифференциальных уравнений, имеющих заданные интегралы* // Дифференц. уравнения. – 1967. – Т. 3. – № 2. – С. 180–192.

5. Мухарлямов Р. Г. *К обратным задачам качественной теории дифференциальных уравнений* // Дифференц. уравнения. – 1967. – Т. 3. – № 10. – С. 1673–1681.

6. Ибушева О. В., Мухарлямов Р. Г. *Построение неавтономной системы дифференциальных уравнений по заданной совокупности частных интегралов в многомерном пространстве* // Учен. зап. Казан. ун-та. – 2008. – Т. 150. – Кн. 3. – С. 133–139.

7. Матухина О. В. *Управление движением колесной системы по заданной траектории с обходом препятствий* // Вестн. Казан. гос. технолог. ун-та. – 2012. – Т. 15. – № 11. – С. 272–274.

8. Мухарлямов Р. Г., Матухина О. В. *Моделирование процессов управления, устойчивость и стабилизация* // Вестн. Казан. гос. технолог. ун-та. – 2012. – Т. 15. – № 12. – С. 220–224.

9. Ибушева О. В., Мухарлямов Р. Г. *О построении уравнений динамики механических систем с программными связями* // Вестн. Казан. гос. техн. ун-та им. А.Н. Туполева. – 2010. – № 1. – С. 75–80.

**А. Н. Миронов**

*Елабужский институт Казанского (Приволжского)*

*федерального университета*

*miro73@mail.ru*

## **ИНВАРИАНТЫ ЛАПЛАСА ДЛЯ УРАВНЕНИЙ С ДОМИНИРУЮЩЕЙ ЧАСТНОЙ ПРОИЗВОДНОЙ**

Речь идет об уравнениях вида

$$(D_1 + D_2)u = f(x_1, \dots, x_n),$$

где

$$D_1 \equiv \frac{\partial^{m_1 + \dots + m_n}}{\partial x_1^{m_1} \dots \partial x_n^{m_n}},$$